

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

VŨ THỊ HẢI PHƯƠNG

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP CHIẾU CẢ BIÊN
GIẢI BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

THÁI NGUYÊN - 2017

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

VŨ THỊ HẢI PHƯƠNG

MỘT SỐ PHƯƠNG PHÁP CHIẾU CẢ BIÊN
GIẢI BÀI TOÁN BẤT ĐẲNG THỨC BIẾN PHÂN

Chuyên ngành: Toán giải tích

Mã số: 60. 46. 01. 02

LUẬN VĂN THẠC SỸ TOÁN HỌC

Người hướng dẫn khoa học: GS. TSKH. NGUYỄN XUÂN TẤN

THÁI NGUYÊN - 2017

Lời cam đoan

Tôi xin cam đoan rằng nội dung trình bày trong luận văn này là trung thực và không trùng lặp với đề tài khác. Tôi cũng xin cam đoan rằng mọi sự giúp đỡ cho việc thực hiện luận văn này đã được cảm ơn và các thông tin trích dẫn trong luận văn đã được chỉ rõ nguồn gốc.

Thái Nguyên, ngày 8 tháng 6 năm 2017

Người viết luận văn

Vũ Thị Hải Phượng

Xác nhận
của khoa chuyên môn

Xác nhận
của người hướng dẫn khoa học

GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn

Lời cảm ơn

Luận văn này được hoàn thành dưới sự hướng dẫn khoa học của GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn, giáo sư, tiến sĩ khoa học ở Viện Toán học Việt Nam. Đầu tiên, tôi xin chân thành bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới thầy. Trong suốt quá trình làm luận văn, thầy đã dành nhiều thời gian và công sức để chỉ bảo hướng dẫn tôi từ những điều nhỏ nhất tới những vấn đề khó khăn, thầy vẫn luôn kiên nhẫn, tận tình quan tâm giúp đỡ tôi để hoàn thành luận văn này.

Tôi cũng xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc tới các thầy cô giáo của Viện Toán học và Đại học Thái Nguyên, những người đã tận tình giảng dạy và khích lệ, động viên tôi vượt qua những khó khăn trong học tập. Tôi xin cảm ơn Ban giám hiệu Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên, khoa Sau đại học và các học viên lớp Cao học khóa K23 đã tạo mọi điều kiện thuận lợi giúp đỡ chúng tôi trong suốt thời gian học tập. Cuối cùng cảm ơn người thân và bạn bè đã giúp đỡ, động viên, ủng hộ để tôi có thể hoàn thành tốt khóa học của mình.

Thái Nguyên, ngày 8 tháng 6 năm 2017

Người viết luận văn

Vũ Thị Hải Phượng

Mục lục

Lời cam đoan	i
Lời cảm ơn	ii
Mục lục	iii
Mở đầu	1
1 Một số kiến thức chuẩn bị	5
1.1. Không gian Hilbert	5
1.2. Bất đẳng thức biến phân	8
1.3. Toán tử đơn điệu và sự tồn tại nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân	11
1.4. Toán tử chiếu và các tính chất cơ bản	13
1.5. Phép chiếu metric và sự tồn tại nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân	20
1.6. Phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov với bất đẳng thức biến phân	24
1.7. Phương pháp gradient kéo dài với bất đẳng thức biến phân	26
2 Một số phương pháp chiếu cải biên	29

2.1. Phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân	29
2.2. Phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân với hệ số ưu tiên	31
2.3. Phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân không có hệ số ưu tiên	36
Tài liệu tham khảo	42

Mở đầu

Ngày nay, các bài toán tối ưu bất đẳng thức biến phân và bài toán cân bằng đã trở thành công cụ để giải quyết nhiều vấn đề trong thực tế. Các bài toán này là những bài toán cơ bản trong lý thuyết tối ưu và các vấn đề liên quan.

Lý thuyết bất đẳng thức biến phân ra đời từ những năm 1960. Năm 1972, Ky Fan và năm 1978 Browder – Minty đã phát biểu bài toán bất đẳng thức biến phân một cách tổng quát và chứng minh sự tồn tại nghiệm của nó với những giả thiết khác nhau. Kết quả của Ky Fan nặng về tính nửa liên tục trên, còn kết quả của Browder – Minty nặng về tính đơn điệu của hàm số.

Đầu tiên người ta nghiên cứu những bất đẳng thức biến phân liên quan đến ánh xạ đơn trị từ không gian hữu hạn chiều vào chính nó. Sau đó mở rộng sang không gian có số chiều vô hạn với một nón, tạo ra một quan hệ từng phần trên không gian đó. Khái niệm về ánh xạ đa trị được xây dựng và phát triển do nhu cầu phát triển của toán học và các lĩnh vực khác. Từ đó người ta tìm cách phát biểu bài toán liên quan đến ánh xạ đa trị và chứng minh các kết quả quen biết từ đơn trị sang đa trị.

Khái niệm giả đơn điệu giới thiệu bởi Karamardian S. trong [5], là một tổng quát quan trọng của toán tử đơn điệu. Trong bài báo này, tác giả đã

chỉ ra rằng một hàm là giả lồi khi và chỉ khi ánh xạ gradient là giả đơn điệu. Từ đó, Karamardian S. và Schaible S. [6] đưa ra một số khái niệm đơn điệu tổng quát như đơn điệu chặt, giả đơn điệu mạnh và tựa đơn điệu. Tác giả thiết lập một mối quan hệ của đơn điệu tổng quát của toán tử với các khái niệm của hàm lồi tổng quát.

Bất đẳng thức biến phân đơn điệu được sử dụng để nghiên cứu phương trình vi phân đạo hàm riêng elliptic và parabolic, nghiên cứu các bài toán tối ưu và bài toán cân bằng. Chúng cho phép xây dựng những thuật toán và chỉ ra sự hội tụ tới lời giải của bài toán. Cho tới nay bất đẳng thức biến phân đơn điệu vẫn là một chủ đề được quan tâm của nhiều nhà nghiên cứu toán học. Phương pháp tìm nghiệm khác nhau đã được đề xuất cho bất đẳng thức biến phân đơn điệu: Phương pháp chiếu metric, phương pháp hiệu chỉnh TiKhonov, phương pháp điểm gần kề, phương pháp gradient kéo dài. . .

Trong những năm gần đây sự tồn tại nghiệm và thuật toán tìm nghiệm cho bất đẳng thức biến phân giả đơn điệu và tựa đơn điệu được nghiên cứu trong nhiều tài liệu. Người ta đã tìm được những thuật toán để giải các bài toán này trong nhiều trường hợp đặc biệt. Một số phương pháp chiếu cải biên là những phương pháp được nghiên cứu để giải bài toán bất đẳng thức biến phân. Với mong muốn tìm hiểu nhiều hơn về vấn đề trên, cùng sự gợi ý, giúp đỡ tận tình của GS. TSKH. Nguyễn Xuân Tấn, tôi chọn đề tài ***“Một số phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân”*** làm luận văn thạc sĩ của mình.

Luận văn giới thiệu một số phương pháp chiếu cải biên để giải bài toán

bất đẳng thức biến phân: Cho H là không gian Hilbert, C là tập con khác rỗng của H , ánh xạ $T : C \rightarrow H$. Bài toán: Tìm vectơ $x^* \in C$ sao cho

$$\langle T(x^*), x - x^* \rangle \geq 0, \text{ với mọi } x \in C,$$

được gọi là bất đẳng thức biến phân.

Bài toán này đóng vai trò rất quan trọng trong lý thuyết phương trình toán tử và phương trình vi phân, cũng như trong các lĩnh vực khác của khoa học. Việc xét sự tồn tại nghiệm và việc tìm ra được thuật toán để giải ra nghiệm của bài toán bất đẳng thức biến phân bằng một số phương pháp chiếu cải biên là một trong những vấn đề quan trọng, được các nhà toán học quan tâm và nghiên cứu sâu rộng. Để làm điều này, chúng ta nghiên cứu phạm vi của các ứng dụng của một số phương pháp chiếu cải biên và tìm hiểu các ứng dụng trong từng phương pháp, cụ thể là thuật toán chiếu cải biên với hệ số ưu tiên và thuật toán chiếu cải biên không có hệ số ưu tiên. Nghiên cứu bài toán bất đẳng thức biến phân, sự tồn tại nghiệm. Sau đó, tìm các mối liên hệ giữa bài toán này với các bài toán khác. Mục đích chính của luận văn là giới thiệu một số phương pháp giải bài toán trên, qua việc sử dụng những tính chất của phép chiếu.

Luận văn là một tổng quan về việc giải bài toán bất đẳng thức biến phân bằng phương pháp chiếu cải biên. Cụ thể, ta sẽ xây dựng những dãy lặp qua toán tử chiếu hội tụ tại nghiệm của bài toán.

Cấu trúc luận văn gồm 2 chương. Chương 1 của luận văn dành để nhắc lại một số kiến thức chuẩn bị: Không gian Hilbert; Phát biểu bài toán bất đẳng thức biến phân; Toán tử đơn điệu và sự tồn tại nghiệm của bài toán

bất đẳng thức biến phân; Toán tử chiếu; Phép chiếu metric; Phương pháp hiệu chỉnh Tikhonov; Phương pháp gradient kéo dài với bất đẳng thức biến phân.

Chương 2 giới thiệu một số phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân. Mục 2 chương 2 giới thiệu phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân với hệ số ưu tiên, mục 2 chương 2 giới thiệu phương pháp chiếu cải biên giải bài toán bất đẳng thức biến phân không có hệ số ưu tiên.